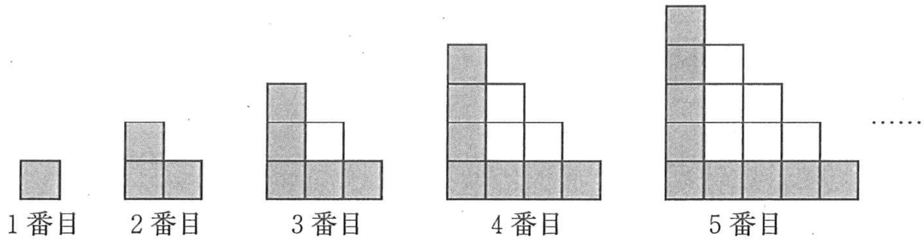
2018年度 年末特訓 数学

エコール学院

問２(エ)



黒のタイルは、１から始まり２ずつ増えている。
１、３、５、７、９･･･のように数字で書くと一目瞭然だが、これは奇数の並びと同じである。
したがって、文字ｎを使って表すと、ｎ番目の数は『２ｎ－１』と表せる。

白のタイルは、２番目を基準とすると、そこから＋１、＋２、＋３、･･･と増える数が１つずつ多くなっている。
５番目は１＋２＋３、６番目は１＋２＋３＋４、７番目は１＋２＋３＋４＋５、･･･といった変化のしかたである。

この規則性でｎ番目を考えると、
ｎ番目は１＋２＋３＋･･･＋(ｎ－４)＋(ｎ－３)＋(ｎ－２)というように、
『１から(ｎ－２)までの和』であると分かる。

１から１００までの和を計算するとき、下記のように考えると簡単に計算できる。

　１　＋　２　＋　３　＋･･･＋　９８　＋　９９　＋１００
　＋　　　＋　　　＋　　･･･　　＋　　　＋　　　＋
１００＋　９９　＋　９８　＋･･･＋　３　＋　２　＋　１
　||　　　||　　　||　　　　　||　　　||　　　||
１０１＋１０１＋１０１＋･･･＋１０１＋１０１＋１０１＝１０１×１００
　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　＝１０１００
１０１００÷２＝５０５０

１から１００までの数の下に、１００から１までの数を書く。
すると、上下の和はどこも１０１となる。
１０１のかたまりが１００個できたので、その合計は１０１×１００で１０１００。
これは、１から１００を２回足した数の合計なので、
それを２で割れば１から１００までの和が『５０５０』であると分かる。

この方法を使って、１から$(n-2)$までの和を計算すると、下記のようになる。

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
1 & + & 2 & + & 3 & + \cdots + & (n-4) & + & (n-3) & + & (n-2) \\
+ & & + & & + & \cdots & + & & + & & + \\
(n-2) & + & (n-3) & + & (n-4) & + \cdots + & 3 & + & 2 & + & 1 \\
\| & & \| & & \| & & \| & & \| & & \| \\
(n-1) & + & (n-1) & + & (n-1) & + \cdots + & (n-1) & + & (n-1) & + & (n-1) & = & (n-1)\times(n-2) \\
 & & & & & & & & & & & = & n^2-3n+2
\end{array}
$$

$$(n^2-3n+2)\div 2$$

したがって、n番目の白のタイルの数は『$(n^2-3n+2)\div 2$』と表すことができる。

問題は、白のタイルが黒のタイルより７４枚多くなるときなので、
これらの差が７４という式を解けばいい。

$$
\begin{aligned}
(n^2-3n+2)\div 2-(2n-1)&=74\\
n^2-3n+2-2(2n-1)&=148\\
n^2-3n+2-4n+2&=148\\
n^2-7n-144&=0\\
(n+9)(n-16)&=0\\
n&=-9,\ 16
\end{aligned}
$$

$n>0$なので、$n=16$

問３(ア)

溶質(食塩)を求めるための式は、$(溶質)=(溶液)\times\dfrac{(濃度)}{100}$ である。

問３(エ)

点Ｂから辺ＡＣに垂線ＢＤを引く

△ＡＢＤは、４５°、４５°、９０°の直角三角形（ $DA:DB:AB=1:1:\sqrt{2}$ ）

△ＢＣＤは、３０°、６０°、９０°の直角三角形（ $BD:BC:CD=1:2:\sqrt{3}$ ）

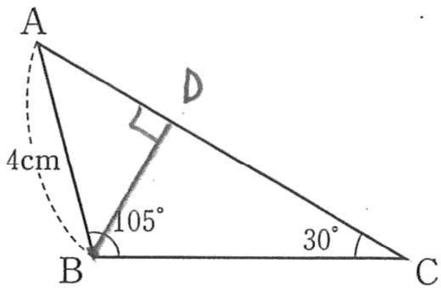
△ＡＢＤにおいて、

$DA:AB=1:\sqrt{2}$

$DA:4=1:\sqrt{2}$

$DA=2\sqrt{2}$

よって、$BD=DA=2\sqrt{2}$



△ＢＣＤにおいて、

$BD:CD=1:\sqrt{3}$

$2\sqrt{2}:CD=1:\sqrt{3}$

$CD=2\sqrt{6}$

ゆえに、

$AC=AD+DC$

$=(2\sqrt{2}+2\sqrt{6})$

したがって、

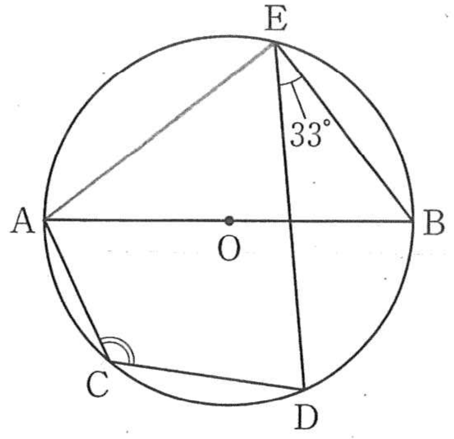
$\triangle ABC=AC\times BD\div 2$

$=(2\sqrt{2}+2\sqrt{6})\times 2\sqrt{2}\div 2$

$=4+4\sqrt{3}$

問３(オ)

ＡとＥを結ぶと、ＡＢは円Ｏの直径なので、∠ＡＥＢ＝９０°

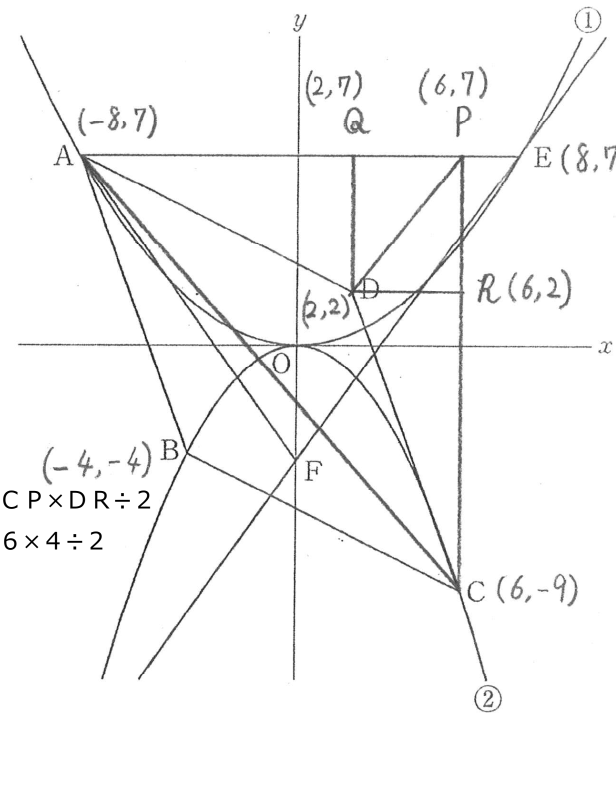


よって、
∠ＡＥＤ＝∠ＡＥＢ－∠ＢＥＤ
＝９０°－３３°
＝５７°

したがって、
円に内接する四角形の対角の和は１８０°なので、
∠ＡＣＤ＝１８０°－∠ＡＥＤ
＝１８０°－５７°
＝１２３°

問４(ウ)

平行四辺形ＡＢＣＤの面積の求め方



平行四辺形ＡＢＣＤの面積は、
△ＡＣＤの２倍なので、
この面積を求めて２倍する。

図のように、
点ＣからＡＥへ垂線ＣＰ、点Ｄから
ＡＥとＣＰに垂線ＤＱとＤＲを引く。

△ＡＣＤ
＝△ＡＣＰ－△ＡＤＰ－△ＣＤＰ
＝ＡＰ×ＣＰ÷２－ＡＰ×ＤＱ÷２－ＣＰ×ＤＲ÷２
＝１４×１６÷２－１４×５÷２－１６×４÷２
＝１１２－３５－３２
＝４５

よって、
平行四辺形ＡＢＣＤの面積は９０

問５

階級…資料を等しい区間に分けて整理したときの各区間。
区間の幅を**階級の幅**という。

階級値…階級の中央の値。

度数…それぞれの階級に入っている資料の個数。

ヒストグラム…階級の幅を横，度数を縦とする長方形を，順にすき間なくかいたグラフ。
柱状グラフともいう。

度数折れ線…ヒストグラムで，各長方形の上の辺の中点を順に線分で結んだもの。
度数多角形ともいう。

相対度数…それぞれの階級の度数の全体に対する割合。

$$(\text{相対度数})=\frac{(\text{ある階級の度数})}{(\text{全体の度数})}$$

範囲(レンジ)…資料にふくまれている最大の値から最小の値をひいた差を分布の範囲という。

代表値…資料の値を代表する値。

① **平均値**…資料の値すべての和を度数の合計でわったもの。
度数分布表やヒストグラムから求める場合は，次の式で求める。

$$(\text{平均})=\frac{(\text{階級値}\times\text{度数})\text{の総和}}{(\text{度数の合計})}$$

② **中央値(メジアン)**…資料をその値の大きさの順に並べたとき，ちょうど中央にくるものの値。
資料の個数が偶数個のときは，中央の２つの値の平均を中央値とする。

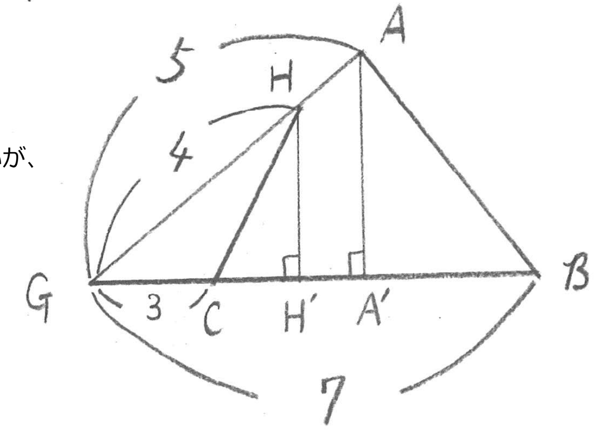
③ **最頻値(モード)**…資料の値の中で，もっとも度数の大きいものの値。
度数分布表やヒストグラムから求めるときは，度数のもっとも大きい階級の階級値を最頻値とする。

2018年度 第２回入試対策 数学

エコール学院

ステップ１

右の図は、辺の長さが
ＧＣ＝３、ＧＢ＝７、ＧＨ＝４、ＧＡ＝５
の三角形である。



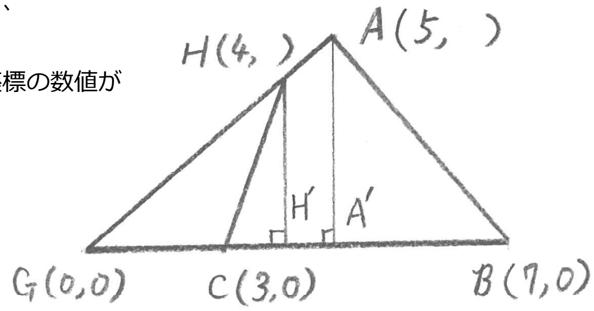
この２つの三角形、高さは分かっていないが、
面積比なら簡単に求めることができる。
ＧＨとＧＡの長さが、
そのまま高さの比になる。

ＨとＡから垂線ＨＨ'、ＡＡ'を引くと、
相似な三角形ＧＨＨ'とＧＡＡ'ができる。
この２つの三角形の相似比は、
　ＧＨ：ＧＡ＝４：５から４：５とわかる。
つまり、
　ＨＨ'：ＡＡ'＝４：５なので、高さの比が４：５というわけだ。

したがって、
　△ＧＨＨ'：△ＧＡＡ'＝３×４：７×５＝１２：３５である。

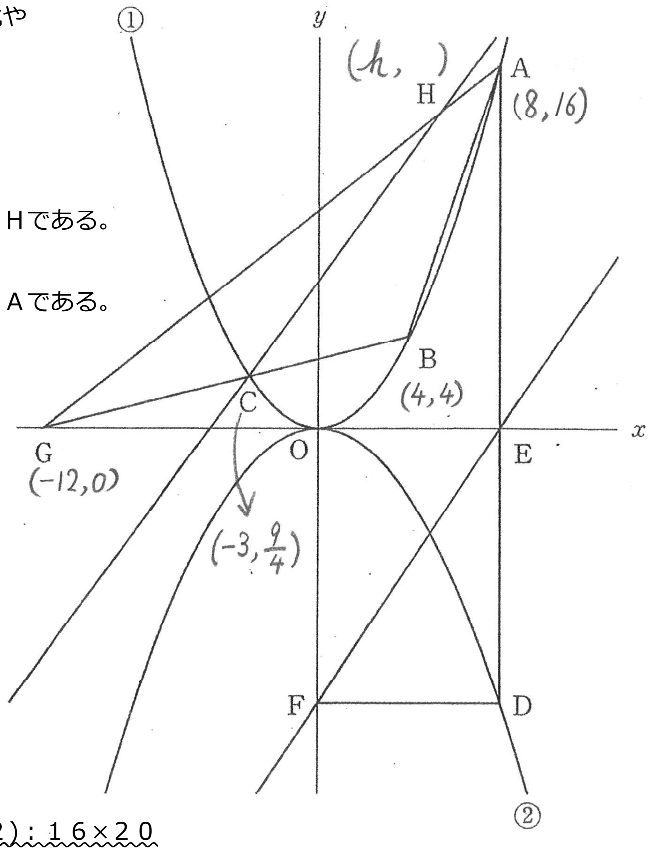
ステップ２

今度は、それぞれの点を座標で表したので、
ＧＨとＧＡの長さは分からない。
しかし、今回の場合も、点Ｈと点Ａのｘ座標の数値が
そのまま高さの比になるので、
面積比なら簡単に求めることができる。



ステップ１のとき同様に、
ＨとＡから垂線ＨＨ'、ＡＡ'を引き、
相似な三角形ＧＨＨ'とＧＡＡ'をつくる。
すると、それぞれの底辺ＧＨ'とＧＡ'の長さは４と５になるので、相似比は４：５である。
つまり、この場合も高さＨＨ'とＡＡ'の比が４：５なので、ステップ１と同じ結果になる。
　△ＧＨＨ'：△ＧＡＡ'＝３×４：７×５＝１２：３５である。

ステップ３（第２回入試対策模試の問３）



ｘ座標に注目すれば、底辺の長さの比や
高さの比が分かると確認できたので、
ｘ座標だけに注目して見ていく。

△ＧＨＣは、
　底辺がＧＣ、高さに相当する辺がＧＨである。
△ＧＡＢは、
　底辺がＧＢ、高さに相当する辺がＧＡである。

点Ｈ以外の座標は分かっているので、
　ＧＣ＝９、ＧＢ＝１６、ＧＡ＝２０
と見なすことができる。

点Ｈは、ｘ座標をｈとすると、
　ＧＨ＝(ｈ＋１２)
と見なすことができる。

よって、
△ＧＨＣと△ＧＡＢの面積比は
下記のようになる。
　△ＧＨＣ：△ＧＡＢ＝９×(ｈ＋１２)：１６×２０

今回の問題では、直線ＨＣが△ＧＡＢを２等分するので、△ＧＨＣ：△ＧＡＢ＝１：２である。
つまり、
　△ＧＨＣ：△ＧＡＢ＝９×(ｈ＋１２)：１６×２０＝１：２
という比例式を解けば、ｈの値が求められる。

$$9\times(h+12):16\times20=1:2$$
$$2\times9\times(h+12)=16\times20$$
$$9\times(h+12)=16\times10$$
$$9h+108=160$$
$$9h=52$$
$$h=\frac{52}{9}$$